

"Mains" a priori

Chaque joueur reçoit une "main" de 13 cartes pouvant comporter 1, 2, 3 ou 4 "couleurs" (♠, ♥, ♦ et ♣). Ci-dessous les probabilités des 39 types de mains possibles (soit un total 560 mains si l'on tient compte des permutations qui leur sont attachées).

| MAINS | % | TOTAL % | MAINS | % | TOTAL % |
|---------|----------|----------|----------|----------------|--------------|
| 4-4-3-2 | 21,55118 | 35,081 | 8-2-2-1 | 0,19236 | 0,467 |
| 4-3-3-3 | 10,53613 | | 8-3-1-1 | 0,11755 | |
| 4-4-4-1 | 2,99322 | | 8-3-2-0 | 0,10851 | |
| 5-3-3-2 | 15,51685 | 44,340 | 8-4-1-0 | 0,04521 | |
| 5-4-3-1 | 12,93071 | | 8-5-0-0 | 0,003130 | |
| 5-4-2-2 | 10,57967 | | 9-2-1-1 | 0,017811 | |
| 5-5-2-1 | 3,17390 | | 9-3-1-0 | 0,010047 | |
| 5-4-4-0 | 1,24334 | | 9-2-2-0 | 0,008220 | |
| 5-5-3-0 | 0,89520 | | 9-4-0-0 | 0,0009661 | |
| 6-3-2-2 | 5,64249 | 16,548 | 10-2-1-0 | 0,0010961 | 0,00165 |
| 6-4-2-1 | 4,70207 | | 10-1-1-1 | 0,0003958 | |
| 6-3-3-1 | 3,44819 | | 10-3-0-0 | 0,0001546 | |
| 6-4-3-0 | 1,32623 | | 11-1-1-0 | 0,00002491 | 0,00001150 |
| 6-5-1-1 | 0,70531 | | 11-2-0-0 | 0,00001150 | |
| 6-5-2-0 | 0,65106 | | 3,527 | 12-1-0-0 | 0,0000003194 |
| 6-6-1-0 | 0,07234 | 13-0-0-0 | | 0,000000006299 | |
| 7-3-2-1 | 1,88083 | | | | |
| 7-2-2-2 | 0,51295 | | | | |
| 7-4-1-1 | 0,39184 | | | | |
| 7-4-2-0 | 0,36170 | | | | |
| 7-3-3-0 | 0,26525 | | | | |
| 7-5-1-0 | 0,10851 | | | | |
| 7-6-0-0 | 0,005565 | | | | |

•Remarque 1

Ainsi sur 100 donnes un joueur désigné (Sud aussi bien que Nord, Ouest ou Est) relèvera en moyenne, par exemple une main 4432, près de 22 fois. Noter que ce tableau représente aussi la répartition des 13 cartes d'une couleur entre les 4 mains. Par exemple les 13 ♠ (aussi bien que les 13 ♥, que les 13 ♦ ou que les 13 ♣) d'une donne seront *a priori* répartis 4432 entre les 4 joueurs dans 21,55% des cas.

• Remarque 2

On peut classer les 39 types de mains en 4 catégories : A, B, C et D

-Catégorie A : 6 mains dépourvues d'accident (ni singleton ni chicane) : 4432, 4333, 5332, 5422, 6322 et 7222, totalisant une probabilité de 64,34%. Cela signifie que sur 100 donnes un joueur désigné relève en moyenne une main "accidentée" près de 36 fois.

-Catégorie B : 7 mains comprenant 1 seul singleton, sans chicane, totalisant une probabilité de 29,32%.

-Catégorie C : 4 mains comprenant 2 singletons, sans chicane, totalisant une probabilité de 1,23%.

-Catégorie D : 22 mains comprenant (sauf la main 10111) au moins une chicane, totalisant une probabilité de 5,11%.

On peut vérifier que les donnes **les plus fréquentes** sont, dans l'ordre, celles comprenant :

-3 mains de la catégorie A et 1 main de la catégorie B (probabilité 29,04%)

-2 mains de la catégorie A et 2 mains de la catégorie B (probabilité 20,634%)

-4 mains de la catégorie A (probabilité 20,628%)

• Remarque 3

On peut calculer l'**espérance mathématique** d'un accident. Pour cela il faut au préalable déterminer les probabilités P_0 (P_1) pour qu'une main de 13 cartes comporte exactement une chicane (un singleton) **dans une couleur donnée**, c'est à dire désignée d'avance:

$$P_0 = \frac{C_{13}^0 C_{39}^{13}}{C_{52}^{13}} = 0,0127909 \text{ et } P_1 = \frac{C_{13}^1 C_{39}^{12}}{C_{52}^{13}} = 0,0800619$$

La probabilité P_a pour qu'une main comporte exactement un accident (chicane ou singleton) **dans une couleur donnée** est alors :

$$P_a = P_0 + P_1 = 0,0928528$$

Attention! P_a représente la probabilité d'avoir exactement un accident **dans une couleur donnée** alors que 35,67% (cf supra remarque 2) représente la probabilité d'avoir exactement un accident **dans une couleur indéterminée**, c'est à dire dans au moins une couleur, sans désigner laquelle.

Comme il y a 4 couleurs et 4 joueurs, alors sur 100 donnes, l'espérance mathématique E_a d'un accident est :

$$E_a = 4 \times 4 \times 100 \times P_a = 148,565$$

Cela signifie qu'il y a, sur un total de 100 donnes, **en moyenne** environ 1,5 accident par donne (soit 3 accidents toutes les 2 donnes) dans l'ensemble des 4 mains.
